

# El bagul dels llibres. Formes

Santiago Alvarez

Departament de Química Inorgànica, Universitat de Barcelona, a/e: santiago.alvarez@qi.ub.es

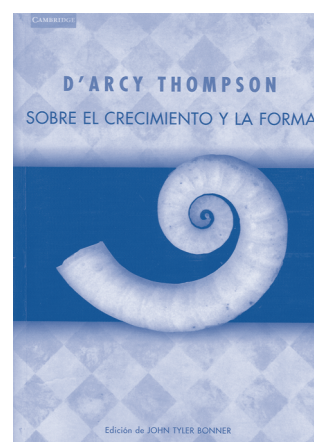
*L'harmonia del món es posa de manifest en la Forma i en el Número, i el cor i l'ànima i tota la poesia de la Filosofia Natural estan encarnats en el concepte de bellesa matemàtica.*

WENTWORTH D'ARCY THOMPSON

Un tret característic de les formes arquitectòniques de Gaudí és la utilització de corbes allà on altres arquitectes apliquen línies rectes, i és això el que els confereix un aspecte orgànic i agradós. Aquest arquitecte va fer un ús rigorós de la geometria per a generar les seves formes, aparentment (però sols aparentment) capricioses i certament belles i útils. Aquestes catenàries, espirals, sinusoides, còniques, cilindres, helicoides, hiperboloides de revolució o paraboloides hiperbòliques, descrites amb detall i excel·lents il·lustracions per Daniel Giralt-Miracle<sup>1</sup> podrien ser font d'inspiració per als qui s'ocupen de la forma a escala molecular o del cristall, allò que —no sense intenció— anomenem *arquitectura supramolecular* i *enginyeria de cristalls*. Vegeu, si no, com podem trobar en el món molecular un cable de dotze àtoms de carboni formant una catenària suspesa entre dos àtoms de platí, en una molècula inventada al grup de J. Gladysz (figura 1).<sup>2</sup> Pel que fa a les superfícies ondulades típicament gaudinianes, no es diferencien molt de les superfícies periòdiques mínimes (aquelles que embolcallen dos volums diferents de l'espai amb un àrea mínima) que s'han emprat per a analitzar les estructures de sòlids inorgànics<sup>3</sup> o les fases bicontínues d'agents tensioactius.<sup>4</sup> Els qui estiguin interessats en les analogies entre química molecular i arquitectura trobaran més exemples comentats en un article recent de Balzani i col·laboradors.<sup>5</sup>

Les formes geomètriques, belles i útils, no són exclusives dels mons arquitectònic i molecular. L'univers dels éssers vius és

ple d'atractives formes microscòpiques i macroscòpiques que han estat analitzades en un clàssic de la literatura científica, el llibre de d'Arcy Thompson, *On Growth and Form*.<sup>6</sup>



D'aquest llibre ha dit Stephen Jay Gould que «és l'obra més gran en prosa de la ciència del segle XX». La primera edició es va publicar el 1917 i constava de 793 pàgines, es va publicar una segona edició de 1.116 pàgines el 1942. Avui en dia es pot trobar la segona edició en una versió facsímil, així com una versió castellana de l'edició anglesa abreujada de 1961. Aquesta darrera està molt ben editada i resulta més accessible per a un primer contacte amb l'obra de Thompson, ja que s'han eliminat diversos capítols que acusen més el pas del temps, perquè amb l'aplicació de la microscòpia electrònica s'ha pogut obtenir un coneixement

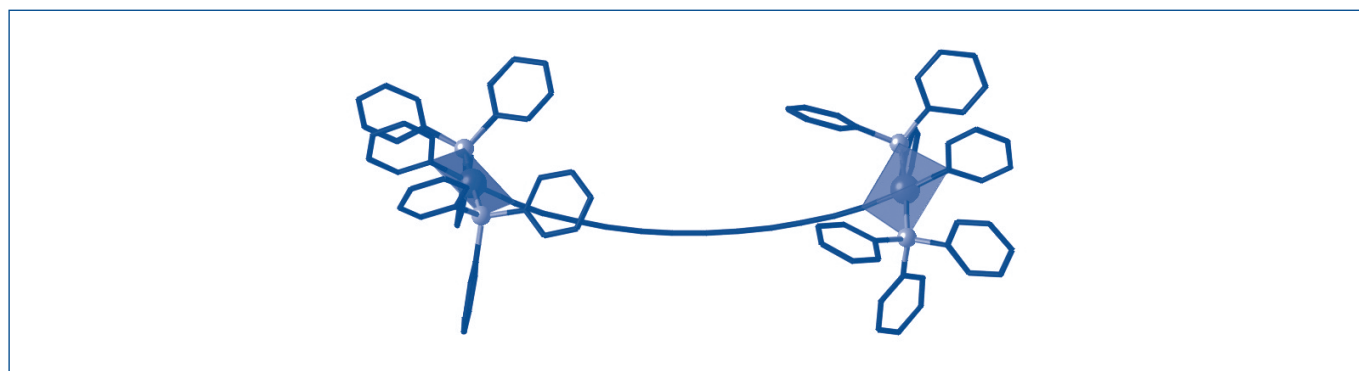


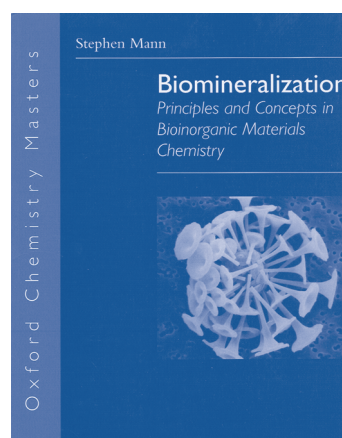
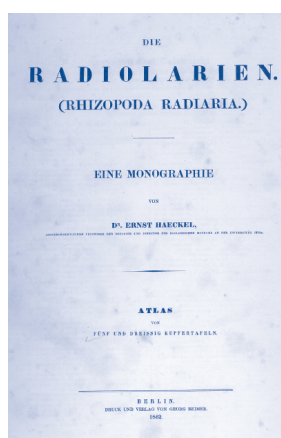
FIGURA 1. Visió idealitzada d'un compost organometàl·lic que presenta una catenària C<sub>12</sub> entre dos àtoms de platí, obtinguda de l'estructura de raigs X.

millor de la forma de les cèl·lules. La idea de Thompson era que el creixement i la forma en el món biològic es poden estudiar millor amb l'ajut de la geometria. Així, per exemple, en descriure els esquelets silícics d'un radiolari (*Aulonia hexagona*), fa notar, citant Euler, que una figura esferoïdal no pot estar constituïda només per hexàgons, un fet del qual els químics som conscients tan sols després del descobriment del fullerè, la famosa molècula de  $C_{60}$  amb forma de pilota de futbol. Formes basades en espirals, poliedres, espícules, empaquetaments hexagonals i figures de revolució són analitzades amb perspicàcia i il·lustrades amb nombrosos exemples del món biològic, a més d'ocupar-se també de formes més complexes, com les de crustacis, ossos, peixos o esquelets. Encara que hi ha poques referències a la química, Thompson observa que els químics han posat èmfasi no tan sols a conèixer les formes moleculars, sinó també a *explicar* les formes de certes substàncies asimètriques, tot citant l'opinió de Pasteur que la diferència entre l'asimetria dels compostos naturals i la simetria dels que es produeixen de forma artificial «és potser l'única línia de separació ben definida que pot traçar-se actualment [1860] entre la química de la matèria inerta i la de la matèria viva». Thompson, en canvi, no devia creure molt en les diferències (és clar, gairebé un segle més tard que Pasteur) entre la química natural i la no natural, i llençà aquest repte: «l'experiment crucial consisteix a intentar la formació d'espícules o concrecions fora de l'organisme viu». Que jo conegui, encara no s'ha aconseguit crear espícules de calcita al laboratori, si bé es coneix amb molt de detall la forma en què els eriçons regeneren les espícules trencades afegint-hi carbonat càlcic amorf que, posteriorment, cristal·litza per tal de consolidar la forma desitjada, gràcies sobretot als treballs duts a terme al grup de Lia Addadi, a Rehovot.<sup>7</sup>

Més avall comentarem, però, els avenços que s'han fet per a obtenir altres formes biològiques en condicions abiòtiques. Amb espícules o sense, alguns dels esquelets de radiolaris estudiats per Thompson van ser descrits per Haeckel,<sup>8</sup> i han esdevingut molt populars gràcies a la col·lecció de làmines publicada amb el títol *Kunstformen der Natur*.<sup>9</sup>

Els investigadors en biomaterials s'han preguntat com és que una gran quantitat d'aquestes estructures inorgàniques formades pels éssers vius i descrites per Haeckel i Thompson estan fetes d'un grup limitat de compostos com l'hidroxiapatita (un fosfat de calci present a ossos i dents), el carbonat de calci (present en els corns marins i en els esquelets dels eriçons), la sílice (que es troba en les diatomàcies i en els radiolaris), els òxids de ferro (presentes a bacteris, proteïnes o dents de pegellides) o els sulfurs metàl·lics. Encara més, com és que formes complexes i molt diverses, com ara els corns en espiral o les llargues espines d'un eriç de mar, poden formar-se a partir del mateix compost químic, el carbonat de calci. És cert que aquest compost pot cristal·litzar en tres formes diferents: calcita, aragonita i vaterita, però aquest polimorfisme no ens explica la diversitat de formes macroscòpiques dels biominerals. Encara menys si ens adonem que aquestes formes no tenen cap relació amb la simetria cristal·logràfica ni amb les formes externes dels minerals esmentats. És més, a primera vista sembla haver-hi una incoherència fonamental entre les formes polièdriques que adopten els cristalls inorgànics i les formes corbades dels corresponents minerals biològics.

Segons Stephen Mann,<sup>10</sup> els biominerals ofereixen a un organisme molt més que un simple suport estructural i la consegüent resistència mecànica. Li proporcionen també protecció, tracció, sensors òptics, magnètics o gravitacionals, flotabilitat, eines de tall i molturació, capacitat d'emmagatzematge...



Com s'aconsegueix això, s'explica detingudament en el capítol del llibre de Mann que tracta sobre morfogènesi, en el qual ens detalla tant els mètodes químics com físics d'emmotllar. Entre els primers sorprèn la utilització d'un sofisticat sistema de bombeig sincronitzat dels reactius que han de formar el sòlid per aconseguir llur creixement en les direccions programades. Entre els mètodes físics, resulta simplement enlluernadora la manera d'organitzar bastides i encofrats per tal d'obtenir l'arquitectura desitjada, tal com ho farien uns experts per a construir un edifici.

Dit d'una altra manera, en medis biològics el creixement de cristalls en condicions de no-equilibri està condicionat per un entorn confinat, en el qual proteïnes, lípids i altres agregats supramoleculares tenen un paper decisiu en l'agregació, la nucleació i la seqüestració dels ions, de manera que dirigeixen el creixement cristal·lí cap a formes amb simetria més baixa que la de la cel·la elemental del cristall. Així, s'ha vist que l'òxid de ferro forma cristalls quasi esfèrics de magnetita quan es troba confinat dins de vesícules de lípids, mentre que sense aquestes creix com a goethita i en forma d'agulles, dos tipus de creixement que es troben en els bacteris magnetotàctics i en les dents de pegellides, respectivament. Els estudis més recents sobre biomineralització, així com sobre l'obtenció de materials inorgànics d'aspecte biològic al laboratori, són l'objecte del llibre de Mann, en el qual apareixen en lloc destacat els esquelets dels radiolaris, els esquelets i les espines dels eriçons, o les formes capritxoses i carregades de simetria dels coccòlits (figura 2, esquerra). Al seu grup de recerca han intentat estratègies biomimètiques,

cristal·litzant minerals en presència d'agents tensioactius, i han aconseguit generar formes inorgàniques d'aspecte netament biològic, com ara cons de sulfat de bari, microesponges de carbonat de calci o, fins i tot, coccòlits biomimètics.<sup>11</sup>

Quines formes ens ofereix el món de la química? Actualment, abunden articles de recerca amb imatges per microscòpia electrònica de nanoobjectes de formes diverses, com ara les flors de nitrur d'indi obtingudes per Takahashi i col·laboradors (figura 2, centre).<sup>12</sup> A escala més gran, hi ha un excel·lent exemple proporcionat per Maselko i Strizhak,<sup>13</sup> els quals barrejaren clorur de calci, carbonat de sodi, clorur de coure, iodur de sodi, peròxid d'hidrogen i midó (com si fossin infants jugant amb el Cheminova i provant de fer totes les barreges possibles dels reactius que tenen a mà). Van trobar que una membrana tova amb forma de fong creixia d'aquesta barreja, i que deixava una cavitat de fins a 1 cm d'ample (figura 2, dreta). Els reactius es van difondre a través d'aquesta membrana, reaccionaven a l'interior i tornaven a sortir, creant remolins nuvolats d'un líquid violat que destacava sobre el fons verd de la solució base. Aquesta mena de bolet, tot i estar fet de materials inorgànics, comparteix algunes de les característiques de les formes vives de revolució que trobàvem en el llibre de Thompson. A hores d'ara, però, no hi ha al meu bagul cap llibre que reculli les formes generades per la química, a part de les biomimètiques comentades més amunt.

Si heu tingut l'ocasió de veure l'exposició organitzada pel Museu de la Ciència de Barcelona, anomenada «I després

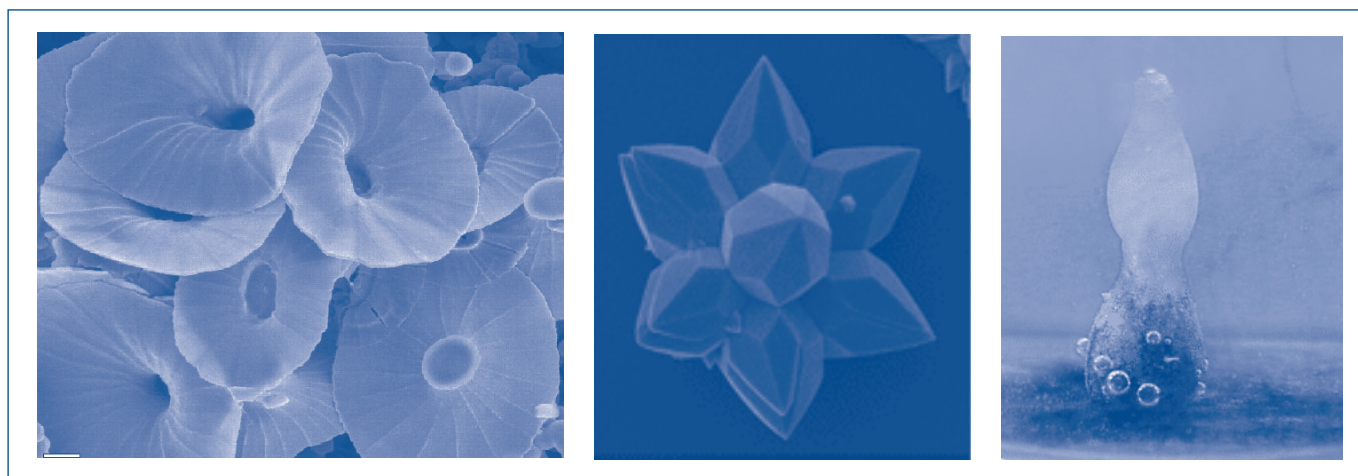
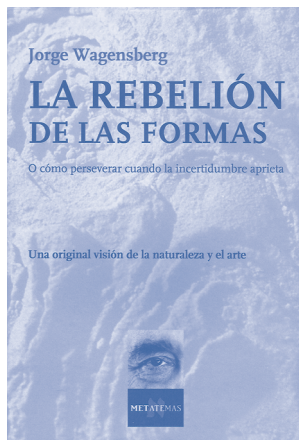


FIGURA 2. *Esquerra*: cristal·lització de carbonat de calci en forma de flor del coccòlit *Umbellosphaera irregularis* (imatge per cortesia de Jeremy Young, *Natural History Museum*). *Centre*: nanopartícula en forma de flor formada per nitrur d'indi (fotografia reproduïda amb autorització de la Royal Society of Chemistry). *Dreta*: forma de bolet que es genera en barrejar diversos reactius (fotografia reproduïda amb autorització de l'American Chemical Society).

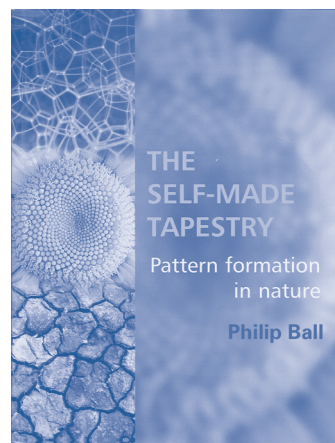
fou... la forma» i incorporada en part a la col·lecció permanent d'aquest museu, segurament us han quedat ganes de tenir més informació sobre aquesta visió de les formes. Les idees directrius d'aquesta exposició es poden trobar en un llibre de Jorge Wagensberg,<sup>14</sup> dividit en dues parts relacionades però clarament diferenciades.



A la primera part, l'autor reflexiona sobre les propietats dels objectes, les lleis de la natura i les regles de selecció que determinen la permanència dels individus o les espècies. En aquesta part, Wagensberg es mou com peix a l'aigua al vertiginós i excitant triangle de les Bermudes format per la física, la biologia i la filosofia. Els principals conceptes desenvolupats són: a) que la matèria es pot classificar en matèria inerta, matèria viva i matèria culta; b) que la permanència dels objectes està sotmesa a tres tipus de selecció darwinista: selecció fonamental, selecció natural i selecció cultural, que afecten cadascun dels tres tipus de matèria, i c) que les formes més freqüents a la natura són formes matemàtiques senzilles. A la segona part, que es pot llegir de manera gairebé independent, dedica un capítol a cadascuna de les formes que considera més comunes i a les seves funcions, proposa uns binomis forma-funció que a primera vista semblen eslògans, però que l'autor es cuida de documentar amb exemples molt variats al llarg d'aquests capítols. Recordem-ho: «l'esfera protegeix, l'hexàgon pavimenta, l'espiral empaqueta, l'hèlix agafa, la punta penetra, l'ona desplaça, la paràbola emet i rep, la catenària aguanta i els fractals colonitzen». Tanca el llibre un epíleg amb una excel·lent sèrie de fotografies de formes naturals comparades amb formes arquitectòniques dissenyades per Gaudí. L'autor passa pràcticament per alt algunes formes ben cobertes en el llibre de Thompson, com ara les figures de revolució, tan abundants a la natura, o les formes polièdriques,

entre les quals tan sols fa esment, al final de tot, dels cubs de pirita. L'autor mateix reconeix que les nou formes tractades en aquest llibre no són el producte d'una investigació sistemàtica, sinó un exercici d'observació (i reflexió, afegiria jo), fet que no obsta perquè la lectura del llibre resulti d'allò més suggeridora.

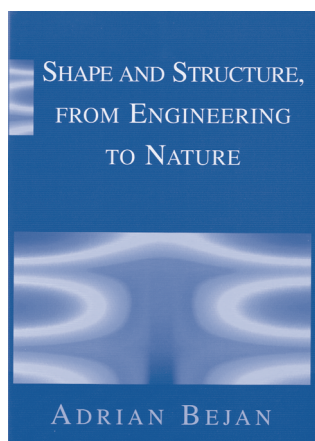
Un altre llibre que s'ocupa de les formes amb una perspectiva diferent i complementària és l'obra de Philip Ball *The Self-made Tapestry*,<sup>15</sup> que s'ocupa de patrons o dissenys (*patterns*).



Per fer-nos una idea de la temàtica d'aquest llibre, basta veure els mots que surten en els títols dels diferents capítols: *patrons, bimbolles, ones, cossos, branques, clivelles, fluids, grans, comunitats, principis*. Entre aquests temes reapareixen algunes famílies de formes tractades per Wagensberg (hexàgons, fractals o espirals), a les quals s'afegeixen altres dissenys, encara que amb una major amplitud dels sistemes coberts i més cenyit als estudis científics recents. Entre aquests últims resulta especialment interessant el de les variacions en la distribució dels grans d'un recipient després de ser agitat. El patró d'aquesta distribució és el que fa que en una caixa de cereals les partícules més grans sembli que floten, ja que acaben sempre a la part superior de l'envàs, de manera que quan se n'ha consumit la major part ens trobem amb l'enutjós resultat que tan sols queden les miques més petites i inaprofitables. L'estudi d'aquests patrons, que té com a precursor Michael Faraday, dona peu a estudiar sistemes formats per mongetes o grans d'arròs, el comportament dels allaus en relació amb la mida de les partícules que els formen, o la formació de figures repetitives, per exemple, hexàgons, quadrats o franjes com les que apareixen a les dunes de sorra. Una altra secció del llibre ens permet comprovar les notables semblan-

ces que s'observen entre els dibuixos que veiem en talls d'alguns minerals (com l'àgata), els que es formen en la reacció de Belousov-Zhabotinski o els que generen colònies de fongs. També s'ocupa dels dibuixos característics de la pell d'animals com girafes, tigres, cargols, peixos o papallones, tot introduint-nos en les idees de Turing sobre la difusió de reactius químics i en els seus models matemàtics per a explicar aquests fenòmens. Precisament, el disseny de la pell del tigre dona nom a un llibret de Stewart i Golubitsky, *Fearful Symmetry* ('esglaiadora simetria'),<sup>16</sup> que els autors han agafat en préstec del poema *The Tyger*, de William Blake, i que tractarem amb més deteniment quan obrim el bagul dedicat a la simetria.

Una visió més matemàtica d'algunes formes ens l'ofereix la *teoria constructal*. Aquesta teoria ha estat desenvolupada per Adrian Bejan, professor d'enginyeria mecànica a la Duke University (Carolina del Nord) i expert reconegut en mecànica de fluids, i es resumeix en el llibre *Shape and Structure, from Engineering to Nature*.<sup>17</sup> Segons Bejan, «la distribució òptima de les imperfeccions és el principi generador de la forma».



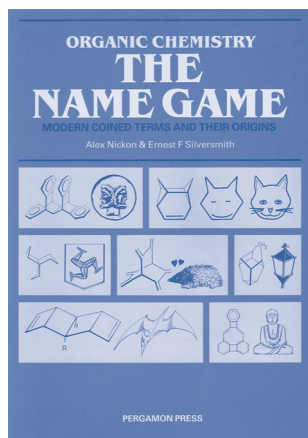
La idea general de la teoria constructal és que les formes naturals en sistemes que no es troben en equilibri, com són els sistemes vius o els rius, tenen fluxos (de matèria o de calor, per exemple) i gradients (de pressió, de temperatura) que els impulsen. L'estructura espacial i temporal d'aquests sistemes és el resultat d'un procés global d'optimització dels fluxos, sotmès a restriccions globals i locals. A diferència de moltes de les formes tractades per altres autors comentats més amunt, Bejan parla de tan sols tres formes naturals: les xarxes arborescents (pulmons, conques de rius...), la secció circular (dels vasos sanguinis) i la secció en forma de tall de sín-

dria dels rius. L'esfera, per exemple, no és una forma que es trobi al món vivent i apareix únicament en sistemes en equilibri, sense fluxos interns. Un altre concepte interessant és que la teoria constructal reflecteix la tendència oposada als dissenys biomimètics: mentre que en aquest darrer cas hom imita la naturalesa per a dissenyar eines, la teoria constructal obté sistemes semblants als naturals partint d'uns principis teòrics per a dissenyar-los. Una aproximació senzilla a la teoria constructal, amb comparacions més detallades entre formes naturals i els models teòrics, il·lustrada amb excel·lents fotografies i diagrames, es pot trobar en un article recent.<sup>18</sup>

Seguint amb les formes a què donen lloc els fluxos i les turbulències dels fluids (també els dedica un capítol el llibre de Ball), recentment s'ha revisat en una exposició a la Gare d'Orsay l'obra d'Etienne-Jules Marey (1830-1904), que va fer fotografies de moviment de persones i animals, camp en el qual és més conegut el treball del seu contemporani E. Muybridge. Marey, però, va ser pioner en la fotografia del moviment de fluids amb una màquina de fums feta per ell mateix. Un segle més tard, amb els avenços tecnològics en aquest camp, la divisió de dinàmica de fluids de l'American Physical Society ha establert una competició anual entre les imatges més atractives de fluids en moviment, i n'ha publicat un recull excel·lent en el llibre *A Gallery of Fluid Motion*.<sup>19</sup> Raigs d'aigua, vòrtexs, flames, gotes i bimbolles constitueixen la matèria primera d'aquestes formes. Entre les moltes imatges atractives trobem vòrtexs en forma de medusa, espines de peix formades per col·lisió de dos corrents en jet a diferents angles, una original flor formada per l'impacte d'una gota d'aigua tenyida sobre una capa prima de glicerina, l'aigua continguda en un globus just després de rompre'l en condicions de microgravetat, uns paraigües obtinguts per extrusió anular d'un líquid viscos, un *xampinyó nuclear* format en caure una gota d'aigua tenyida amb fluoresceïna dins d'una piscina d'aigua clara, o un bolet format per un broll de coure.

A partir de l'aplicació massiva, durant les darreres dècades, de la difracció de raigs X per a obtenir l'estructura molecular i cristal·lina de milers de compostos químics, ha existit un interès creixent per comprendre les relacions entre estructura i propietats, al mateix temps que sorgeix la necessitat de trobar maneres de descriure les formes moleculars. Tot sovint es recorre als objectes coneguts del món geomètric o de la

vida quotidiana. Uns dels descriptors estereoquímics de més èxit són els poliedres, encara que aquest tema té una bibliografia prou àmplia per a omplir un altre bagul que obrirem un altre dia.

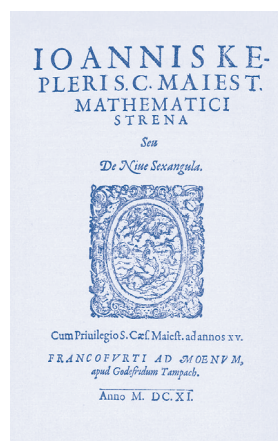


De les formes d'escala humana, hi ha un deliciós recull en el llibre de Nickon i Silversmith,<sup>20</sup> en el qual podem trobar un ampli ventall de molècules que han estat batejades segons els objectes de la vida quotidiana o els animals dels quals recorden la forma, acompanyades d'entretingudes històries de com van néixer en el laboratori. Així, tenim compostos amb el nom de *calze* (la ben coneguda família dels calixarens), *làmpada*, *casa*, *eriçó* (que dona nom a la família dels *ericens*) o *pterodàctil*. També en el món inorgànic es fan servir aquest símils, i és fàcil trobar en articles d'investigació mencions de *trípodes*, *escorpions*, *banquetes de piano*, *corones*, *criptes*, *gàbies*, *sepulcres*, *pinces*, *pops*, *aranyes*, *nius*, *olles*, *sabates*, *canastes* o *rodes*, encara que no conec cap recull de noms ben documentat com en el cas dels compostos orgànics que acabem de comentar.

Entre les formes que més han atret l'atenció dels humans al llarg dels segles es troba les dels flocs de neu. No faré una bibliografia del tema aquí, que el lector interessat pot buscar en l'excel·lent pàgina web de G. Libbrecht,<sup>21</sup> professor de física a Caltech. Històricament, la primera cita que coneixem de la simetria hexagonal dels flocs de neu es pot atribuir a Han Ying (l'any 135 aC). A Europa, sabem que Albert Magne coneixia la forma d'estrella d'aquests cristallets pels volts de 1260, encara que és al segle XVII quan diversos autors realitzen estudis detallats, començant per Kepler, en un llibret publicat el 1611. Entre altres autors que es van ocupar d'aquest tema al mateix segle podem destacar Descartes, que ens ha deixat els primers dibuixos precisos de les morfologies dels cristalls de neu

(1635), i Robert Hooke, que va descriure en la seva *Micrographia* (1665) tot allò que va poder observar amb l'invent del moment, el microscopi, inclosos alguns flocs de neu. La història dels estudiosos de la neu arribaria al seu màxim esplendor entre finals del segle XIX i 1954 (data de la publicació d'un tractat d'Ukichiro Nakaya), gràcies al desenvolupament de la microfotografia.

És el llibret de Kepler<sup>22</sup> el que vull recuperar del bagul avui. En aquesta obra, *De nive sexangula*, l'autor es pregunta per què tots els flocs de neu són hexagonals. Intenta diferents explicacions, sense trobar-ne cap de convincent, i conclou que no és capaç de respondre a aquesta qüestió. Tenim aquí una de les grans ments de la història de la ciència en un acte d'humilitat i d'honestat científica.



Després d'acceptar que no té resposta a la seva pregunta, recorda les formes simètriques dels cristalls de sulfats metàl·lics i conclou fent una crida als químics: «Així que deixem que els químics ens diguin si hi ha alguna sal en un floc de neu [...]». Ara que he trucat a la porta de la química [...] prefereixo escoltar [...]». Abans ha raonat sobre l'empaquetament compacte dels grans de les magranes o dels pèsols sota pressió, les cel·les d'un rusc, els poliedres que emplen l'espai, les causes de les formes en espiral dels cargols, la divina proporció o la possibilitat que el fred sigui la causa de la forma dels flocs de neu.

## Referències bibliogràfiques

- 1) D. GIRALT-MIRACLE (ed.), *Gaudí, la recerca de la forma: Espai, geometria, estructura i construcció*, Barcelona, Lunweg, 2002. [Existeixen versions en anglès i en castellà en la mateixa edito-

rial i amb la mateixa data: *Gaudí. Exploring Form. Space, geometry, structure and construction; Gaudí, la búsqueda de la forma: Espacio, geometría, estructura y construcción*]

- 2) W. MOHR; J. STAHL; F. HAMPEL; J. A. GLADYSZ, *Inorg. Chem.*, vol. 40 (2001), p. 3263.
- 3) H. G. VON SCHNERIG; R. NESPER, *Angew. Chem., Int. Ed.*, vol. 26 (1987), p. 1059.
- 4) P. BALL, *The Self-made Tapestry. Pattern Formation in Nature*, Oxford, Oxford University Press, 1999.
- 5) V. BALZANI; A. CREDI; M. VENTURI, *Chem. Eur. J.*, vol. 8 (2002), p. 5525.
- 6) W. d'ARCY THOMPSON, *Sobre el crecimiento y la forma*, Madrid, Cambridge University Press, 2003. [*On Growth and Form*, versió abreujada, Cambridge, Cambridge University Press, 1a ed. (1961); versió original, 1a ed. (1917); 2a ed. (1942), disponible en edició facsímil publicada per Dover]
- 7) Y. POLITI; T. ARAD; E. KLEIN; S. WEINER; L. ADDADI, *Science*, vol. 306 (2004), p. 1161.
- 8) E. HAECKEL, *Radiolarien* (Rhizopoda Radiaria), Berlín, Georg Reimer, 1862.
- 9) E. HAECKEL, *Art Forms in Nature*, Mineola; Nova York, Dover, 1974. [*Kunstformen der Natur*, Leipzig; Vienna, Verlag des Bibliographischen Instituts, 1904]
- 10) S. MANN, *Biomineralization. Principles and Concepts in Bioinorganic Materials Chemistry*, Oxford, Oxford University Press, 2001.

- 11) S. MANN, *Angew. Chem., Int. Ed.*, vol. 39 (2000), p. 3392; N. HALL; S. MANN, *Chem. Commun.*, vol. 1 (2004).
- 12) N. TAKAHASHI; A. NIWA; H. SUGIURA; T. NAKAMURA, *Chem. Commun.* (2003), p. 318.
- 13) J. MASELKO; P. STRITZHAK, *J. Phys. Chem. B.*, vol. 108 (2004), p. 4937.
- 14) J. WAGENSBERG, *La rebelión de las formas*, Barcelona, Tusquets, 2004.
- 15) P. BALL, *The Self-made Tapestry. Pattern Formation in Nature*, Oxford, Oxford University Press, 1999.
- 16) I. STEWART; M. GOLUBITSKY, *¿Es Dios un geómetra?*, Barcelona, Crítica, 1995. [*Fearful Symmetry: Is God a Geometer?*, Londres, Penguin, 1992]
- 17) A. BEJAN, *Shape and Structure, from Engineering to Nature*, Cambridge, Cambridge University Press, 2000.
- 18) *Science et Vie*, vol. 1034 (2003), p. 44.
- 19) M. SAMIMY; K. S. BREUER; L. G. LEAL; P. H. STEEN (ed.), *A Gallery of Fluid Motion*, Cambridge, Cambridge University Press, 2003.
- 20) A. NICKON; E. F. SILVERSMITH, *Organic Chemistry, the Name Game*; Oxford, Pergamon Press, 1987.
- 21) G. LIBBRECHT, <http://www.its.caltech.edu/~atomic/snowcrystals/>.
- 22) J. KEPLER, *The Six-Cornered Snowflake*, Oxford, Oxford University Press, 1966. [*De nive sexangula*, Frankfurt, G. Tampach, 1611]